HOJA DE EJERCICIOS

1.- ¿Son iguales las matrices A= $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ y B= $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$?

Halla, si es posible, las matrices $A \cdot B,\ B \cdot A,\ A + B,\ A^t - B,\ B^t + A$.

2.- Halla la inversa, si es posible, de las siguientes matrices:

a) $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

3.- Dada A= $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y B= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, calcula, si es posible:

a) Una matriz Y tal que $Y \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

b) Una matriz Z tal que $A \cdot Z = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

4.- ¿Qué dimensiones deben tener A y B para que exista A·B? ¿Y para que exista A·B y B·A?

5.- Sea A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$, ¿Existe X tal que A·X=A?

6.- Determina a para que A= $\begin{pmatrix} a & a \\ 0 & a \end{pmatrix}$, verifique que $A^2 - 2 \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

7.- Resuelve la ecuación matricial: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

8.- Calcula x e y para que se cumpla la siguiente ecuación matricial:

$X^2 + 2 \cdot X + I_2 = A^t$, donde, X= $\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y A= $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$.

9.- Resuelve $2 \cdot X - A \cdot B^t = A^2$, donde A= $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y B= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

10.- Calcula la matriz B que cumpla A·B = B·A, donde A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

11.- Resuelve las siguientes ecuaciones, con A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$:

$a)\ AXB = B^t$ $\quad b)\ AX - (A+B)^t = I$ $\quad c)\ 2X - (A+B)^2 = 0$ $\quad d)\ AX + BX = A$

12.- Resuelve la ecuación: A+X = A·X, siendo A=$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

13.- ¿Son inversas las matrices $(A - I_3)$ y $\frac{1}{2}(A - 2I_3)$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

14.- Resuelve: a) $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 2x & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z \\ z \\ 2z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \\ -1 & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

15.- Calcula x, y, z para que $(2I_2 - A)$ sea inversa de A, con $A = \begin{pmatrix} 2 & x \\ y & z \end{pmatrix}$.

16.- Halla las matrices X e Y que cumplan: $\begin{cases} 2X + Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ X - 2Y = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \end{cases}$

17.- Sea A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ c & d \end{pmatrix}$. Calcula a, b, c y d para que se cumpla:

a) $A^2 = A$ $\quad$ b) $B^2 = B$ $\quad$ c) Ahora calcula A^{50} y B^{70}.

18.- Calcula A^2, A^3, A^{30}, A^{70} de: a) A=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) A=$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) A=$\begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix}$

19.- Comprueba que $A^2 = 2 \cdot A - I$, con A=$\begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Calcula A^4 usando el resultado anterior.

20.- Calcula el rango de: a) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 4 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} x^2 - x & 6 \\ x & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & t \\ t & 0 & -1 \\ -6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$