IES MIGUEL HERNANDEZ
BIGASTRO

¿Por qué surgen los números?

Es fácil hallar respuestas en el caso de los números naturales: para contar. Si debemos dinero, si hace mucho frío, necesitamos contar de un modo nuevo, aparecen los números enteros. Si hay que compartir o dividir parcelas, herencias, tartas, etc y necesitamos los números racionales.

¿Son suficientes esos números? Los pitagóricos se dieron cuenta de que si construyes un cuadrado de lado uno, su diagonal $d^2 = 1^2 + 1^2$ es igual a $\sqrt{2}$ y este número no es racional así que necesitamos incluir los irracionales para resolver ecuaciones como $x^2 - 2 = 0$. El siguiente paso en la abstracción es preguntarse si todas las ecuaciones (polinómicas) tienen solución. Rápidamente nos encontramos con ejemplos como $x^2 + 1 = 0$ que no tiene solución (real).

¿Cuál es la solución? La misma que en los pasos anteriores, agrandar nuestro concepto de número. Para ello se definen los números imaginarios o complejos, que serán de gran importancia para describir circuitos eléctricos y ondas electromagnéticas, para la teoría cuántica del átomo, se aplica al diseño de las alas de un avión, para geometría fractal,…

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones y representa las soluciones obtenidas:

a) $x^2 + 9 = 0$ b) $3x^2 - 3x = -2$ c) $x^2 - x + 1 = 0$ d) $x^3 + 2x^2 + x + 2x = 0$

2.- Dado los números complejos $z = x + i$, $w = 2 + 3i$. Halla x , para que:
a) $z \cdot w$ sea un número real. b) $z \cdot w$ sea imaginario puro. c) $z : w$ sea real.

3.- Calcula y simplifica:

a) $(3+2i)\cdot(5-i)$ b) $\dfrac{2-6i}{1-5i}$ c) $\dfrac{i}{2+i} + 3i$ d) $\dfrac{-2-3i}{-1+7i}$

e) $\dfrac{(2-i)(1-4i)}{-5-6i}$ f) $i^{234} - i^{12} - (2-4i)$ g) $i^{37} - \dfrac{i}{2-9i}$ h) $\dfrac{\sqrt{2}i}{\sqrt{3}-2i} + 3$

4.- Expresa en forma polar:

a) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i$ b) 12 c) $\sqrt{3} + i$ d) $4i$ e) $2i^2 - i$

5.- Expresa en forma binómica:

a) 2_{30° b) 1_{120° c) 3_{180° d) $2_{\frac{\pi}{2}}$ e) $5_{\frac{3\pi}{4}}$ f) $1_{\frac{3\pi}{2}}$

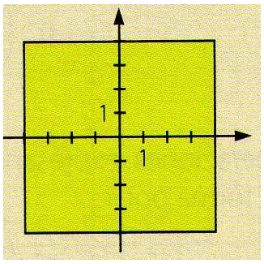
6.- ¿Es cierto que si multiplicas un número complejo z, por un real, el resultado tiene el mismo argumento que z?

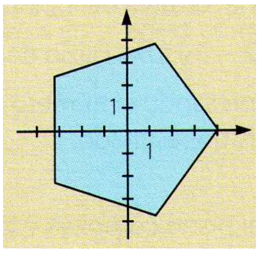
7.- Calcula y simplifica:

a) $\left(2+2\sqrt{3}i\right)^6$ b) $\sqrt[3]{4-4\sqrt{3}i}$ c) $\sqrt[5]{32i}$ d) $\sqrt[3]{(5+5i)\cdot 25_{30^\circ}}$

e) $\sqrt[4]{\dfrac{-1+i}{1+i}}$ f) $\sqrt[3]{\dfrac{4+4i}{-\sqrt{3}+i}}$ g) $\dfrac{(1+i)^6}{(4_\pi)^3}$ h) $\sqrt[4]{16\cdot(\cos 60^\circ + i\operatorname{sen} 60^\circ)}$

8.- Los vértices de estas figuras representan las raíces de un número complejo.¿Cuál es?

a) 

b) 

9.- Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean $-2-3i$ y $-2+3i$.

10.- Halla c sabiendo que la representación gráfica de $\dfrac{12+ci}{-2+2i}$ está sobre la bisectriz del primer cuadrante.

11.- Calcula z sabiendo que su módulo es $\sqrt{5}$ y que $z\cdot(3-6i)$ es imaginario puro.

12.- Halla el valor de a para que el número $z=a+\dfrac{b}{i}$ cumpla que $z^2=\bar{z}$.

13.- Halla el valor de m para que $3-2i$ sea raíz del polinomio x^2-6i+m.

14.- Halla el valor de b para que el cociente de $-9+bi$ entre $1-2i$ tenga módulo $5\sqrt{2}$.

15.- Un pentágono regular, con centro el origen de coordenadas, tiene en $\left(-2\sqrt{3},-2\right)$ uno de sus vértices. Halla los demás vértices usando números complejos.

16.- Del número complejo z_1 se sabe que su argumento es 150º, y de z_2 que su módulo es 2. Calcula z_1 y z_2 sabiendo que su producto es $-8i$.

17.- ¿Qué número complejo forma un triángulo equilátero con su conjugado y con -5?

18.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{x}{5-i}+(2-i)\cdot 6i=-3+2i$ b) $(3-6i)\cdot x+\dfrac{-7+9i}{4-3i}+10-8i=(1-7i)\cdot x$