TRABAJO DE VERANO

TEMA 1

1.- Simplifica utilizando las propiedades de las potencias:

a) $2^3 \cdot 4^5 \cdot 8$ b) $3^2 \cdot 2^{-5} \cdot 6^4$ c) $\dfrac{12^3 \cdot 4^{-2} \cdot 5}{15^3 \cdot 9}$ d) $\dfrac{(-2)^3 \cdot 14^3}{7^{-4} \cdot 42^5}$ e*) $2^3 + 2$

2.- Ordena los siguientes números: $\sqrt{2\sqrt[3]{3\sqrt[4]{2}}}$, $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}$, $\sqrt{\sqrt[3]{10\sqrt{3}}}$.

3.- Agrupa las siguientes raíces cuando sea posible: a) $\sqrt{\dfrac{3x}{25}} - 4 \cdot \sqrt{\dfrac{27x^3}{16}} + \dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{\dfrac{3x}{49}}$

b) $7 \cdot \sqrt[3]{24} + \dfrac{\sqrt[3]{3}}{2} - 4 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{3}{125}}$ c) $\dfrac{\sqrt[6]{9}}{2} + \dfrac{\sqrt[3]{81}}{5}$ d) $\dfrac{\sqrt[3]{10a}}{5} - \sqrt[3]{\dfrac{4a^5}{27}} - \sqrt[3]{4a^2}$

4.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{a\sqrt{a^{61} \cdot b^{32}}}}}{a}$ b) $\sqrt{4x^2 + 4}$ c) $6 \cdot \sqrt{\dfrac{x^3}{9}} \cdot \sqrt[3]{x^7}$ d) $\sqrt{10} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{2}{35}} \cdot \sqrt[4]{7}$

e) $\left(\sqrt{x\sqrt[3]{x^7 \cdot z^2}}\right)^5 \cdot \left(\sqrt[4]{\dfrac{y^9}{z^{10}}}\right)$ f) $\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{b^{-3}} \cdot \sqrt{\dfrac{a^7}{b^3}}$ g) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{60}}\right) : \left(\dfrac{\sqrt{90}}{\sqrt[5]{8}}\right)$

h) $\left(\sqrt{\dfrac{\sqrt{10\sqrt{5}}}{\sqrt[4]{3}}}\right)^{-9} : \left(\dfrac{\sqrt[5]{6}}{2^{11}}\right)$ i) $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^2 \cdot \sqrt[4]{3^{-7}}}}{2^{-3} \cdot \sqrt[4]{3^{11}}}}$ j) $\sqrt{\dfrac{y^9}{x^5} \cdot \sqrt[3]{x^{11}} \cdot \sqrt{y^{-5}}}$

k) $\sqrt[4]{x^{-2} \cdot \sqrt{x \cdot y^5} \cdot \sqrt{z}} : \left(\dfrac{\sqrt{y \cdot \sqrt{z^7}}}{\sqrt[3]{x^5}}\right)$ l) $\sqrt[4]{x^2 \cdot \sqrt{y^{-4} \cdot \sqrt{y^{-2}}}} \cdot \sqrt[5]{\dfrac{y^3}{x^4}}$ m) $\left(\sqrt[5]{a^6} \cdot \sqrt[6]{a^5}\right)^2 : \sqrt{\sqrt[7]{a^{15}}}$

5.- Racionaliza y realiza las siguientes operaciones:

a) $\dfrac{3}{2 \cdot \sqrt[3]{5}}$ b) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2}}$ c) $\dfrac{1}{\sqrt{5} - 3} - \dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ d) $\dfrac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 3} - \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{8} + \sqrt{6}}$

e) $\dfrac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}} - \dfrac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}}$ f) $\dfrac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$

6.- Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 0'5$ b) $\log_3 \sqrt[3]{9}$ c) $\log_2 0'125$ d) $\log_5 0'2\sqrt{125}$ e) $\log_{\sqrt{5}} \frac{\sqrt[5]{5^2}}{5}$

f) $\log_{\sqrt{6}} 216$ g) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 9\sqrt[4]{3}$ h) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{\sqrt[3]{24}}{6}$ i) $\ln\sqrt{e}$ j) $\log_5 0'04\sqrt[5]{5^4}$

7.- Sabiendo que log 2 = 0’301 y que log 3 = 0’477, calcula:

a) $\log 3^4$ b) $\log 12$ c) $\log\sqrt{12}$ d) $\log\sqrt[3]{54}$ e) $\log\sqrt[5]{\frac{1}{4}}$

f) $\log 0'2$ g) $\log\sqrt{5}$ h) $\log 75 - \log\sqrt{0'6}$ i) $\log\frac{8\cdot\sqrt[7]{90}}{27\cdot\sqrt{0'6}}$ j) $\log\sqrt[3]{\frac{15}{5^4\cdot\sqrt{2}}}$

8.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2\log_x 3x - \log_x(x+8) = 1$ b) $\log_x \sqrt[3]{4} = \frac{-1}{2}$ c) $\ln(8x+12) - \ln 2x = 2\cdot\ln 3$

d) $\log 2 + \log(2x-1) = \frac{\log 4x}{2}$ e) $\log_3(x^2-3) = 0$ f) $\log_4(x+4) - \log_{16} 25 = \frac{\log_4 x}{2}$

g) $\log(x+1) + \log(x-2) - \log(x-3) = 1$ h) $\log_x 5x = 2$ i) $\log x = \frac{3\cdot\log 4}{2} - \frac{1}{2}\cdot\log 9 + 1$

9.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3^{2x+5} = 9^7$ b) $2^{x^2-2x-8} = 1$ c) $4^x + 3 = 15$ d) $5\cdot 0'2^{3x+1} + 1 = 61$

e) $\frac{3^{\frac{x}{2}+3x}}{2} = 5$ f) $\log_2(x-6) = -1$ g) $2\log(x-1) = \log(x+5)$ h) $\ln 5x = 2$

i) $2^{x+1} + \frac{4}{2^x} = 9$ j) $5^{x+1} = 26 - 5^{1-x}$ k) $2^{x-1} + \frac{1}{2^{x+2}} = \frac{9}{8}$ l) $3^{x+1} + 3^{2-x} = 12$

10.- Escala de Richter: $M = \log A + 3\log(8\Delta t - 2{,}92)$, donde A es la amplitud de las ondas en mm, t el tiempo en segundos y M la magnitud del terremoto. En lo sucesivo, supondremos terremotos de igual duración, así la fórmula queda: $M = \log A + k$

* El terremoto de Lisboa de 1755 tuvo una magnitud de 9 grados en la escala Richter, y el terremoto de Montesinos del 2008, 4 grados. ¿Cuántas veces más fuerte fue el terremoto de San Francisco que el de Montesinos?

11.- Una célula se divide en otras dos idénticas cada hora.

a) Si hay tres células en un principio, ¿cuántas habrá al cabo de 22 horas?

b) Si al cabo de 10 horas hay 5120, ¿cuántas había en un principio?

c) ¿Cuánto tiempo necesitamos para tener 5000 si había en un principio 6 células?

12.- Datación por carbono 14. La cantidad de carbono que contiene un ser vivo es constante, llámese q*. Cuando muere, deja de intercambiar carbono con el entorno, y el que contiene se va perdiendo. El carbono-14 es radioactivo, siendo su “**periodo”** de 5730 años (es decir, a los 5730 años de la muerte de un ser vivo la cantidad de C14 en sus restos fósiles se reduce a la mitad, a los 11.460 años a la cuarta parte, a los 17190 años a la octava parte…). Si q* es la cantidad de carbono-14 inicial, q es la cantidad de carbono-14 en el momento del experimento y t la edad del objeto, se verifica:

$\frac{q}{q*}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$, con $\frac{q}{q*}$ es proporción de carbono-14 que queda.

a.- Si los restos de la Sábana Santa de Turín contienen un 90% del carbono-14 que se encuentra en una sábana actual, ¿cuánto tiempo tiene dicha sábana?
b.- ¿Cuánto quedará, en el año 2010, de 1 gr. de carbono 14 del año 15000 a.C?
c.- ¿Qué cantidad de carbono 14 había hace 20000 años si hoy hay 2g?

TEMA 3

1.- Factoriza: a) $3x^5+x^4-9x^3-9x^2-2x$ b) $x^6+x^5-5x^4-5x^3+6x^2+6x$

c) $2x^5-26x^3+24x^2$ d) $4x^8-22x^7+46x^5+20x^4$ e) x^4+x^2-12

2.- Las soluciones de $2x^2+bx-18=0$ son opuestas: a y –a. Calcula el valor de b.

3.- Al dividir el polinomio x^2+bx+c por x-3 se obtiene de resto 2. ¿Cuánto vale b y c si además, este polinomio es divisible por x-2?

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{4x-1}{x+1}=\frac{2x-5}{1-x^2}+2$ b) $\frac{2x}{x^2-6x+5}-\frac{1}{x-1}=0$ c) $\frac{2x}{x-2}+\frac{2}{x+2}=\frac{3x^2}{x^2-4}$

d) $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+4}=\sqrt{4x+5}$ e) $\sqrt{x+6}+x-2=3x-5$ f) $\sqrt{6x+7}+5-\sqrt{3x+3}=6$

g) $2x^4(x+3)=6x^4+2x\cdot(12+x^2)$ h) $7+\sqrt{7+2x}+5x-\sqrt{3+x}=8+5x$

i) $\frac{4}{x^3+2x^2-x-2}+\frac{x-1}{x^3+3x^2+2x}=0$ j) $\frac{2x\cdot(x-3)}{x+1}+\frac{x^3}{2}=\frac{x^3+11x^2-12x-12}{2x+2}$

k) $\frac{2x^3-5x}{x-1}-\frac{10x-4x^2}{x-2}=\frac{x^2+20x-18}{x^2-3x+2}$ l) $\frac{x^3+8}{x^2-5x+6}+\frac{10}{2x-6}=\frac{-2x}{x-2}$

5.- Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x\cdot(x-2)-2(x+2)<x^2$ b) $x^2\cdot(x-2)\cdot(x+4)>0$ c) $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x}\le\frac{-x}{x^2+2x}$

d) $x\cdot(x+2)-2x(x^2-3)\le x^2$ e) $\frac{3+5x}{x^2-4x+3}+\frac{2}{x-1}\ge\frac{3}{x-3}$

6.- Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2-2x=31 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2^x-2\cdot 3^y=-2 \\ 2^{x-2}+3^{y-1}=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2^{x+3}:2^y=8 \\ \log_3(x\cdot y)=4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \log x+\log y=3 \\ \log x-\log y=1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+y=7 \\ \log x+\log y=1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \ln(x-y)+\ln(x+y)=\ln 27 \\ e^x\cdot e^y=e^9 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 3^x:3^y=1 \\ 4^x\cdot 4^y=256 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2^x-2\cdot 3^y=10 \\ 2^{x-2}+3^{y-1}=25 \end{cases}$ i) $\begin{cases} \log_2 x+4\cdot\log_2 y=6 \\ \log_2(x/y)=2 \end{cases}$ j) $\begin{cases} x-10y=20 \\ \log x-2\log y=1 \end{cases}$

7.- Resuelve los siguientes sistemas aplicando el Método de Gauss:

a) $\begin{cases} 2x-y+z=0 \\ x+z=1 \\ x+y+z=4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-3y+z=1 \\ 2x-6y=-2 \\ 3x+z=8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+2y+3z=1 \\ x-y+z=2 \\ 2x+y+4z=1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x-2y+z=0 \\ x-y+z=0 \\ 5x-4y+3z=0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x-6y=3 \\ x-2y+z=1 \\ 4x-10y+2z=1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x-y+z=1 \\ \dfrac{x-1}{2}-2y+z=3 \\ x=y+2 \end{cases}$ ñ) $\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x+y-2z=3 \\ x-3y+4z=1 \end{cases}$ i) $\begin{cases} x+y+z-t=4 \\ x-y-z+2t=6 \\ 3x+y+z=14 \end{cases}$

TEMA 6

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones y representa las soluciones obtenidas:

a) $x^2+9=0$ b) $3x^2-3x=-2$ c) $x^2-x+1=0$ d) $x^3+2x^2+x+2x=0$

2.- Dado los números complejos $z=x+i$, $w=2+3i$. Halla x, para que:
a) $z\cdot w$ sea un número real. b) $z\cdot w$ sea imaginario puro. c) $z:w$ sea real.

3.- Calcula y simplifica:

a) $(3+2i)\cdot(5-i)$ b) $\dfrac{2-6i}{1-5i}$ c) $\dfrac{i}{2+i}+3i$ d) $\dfrac{-2-3i}{-1+7i}$

e) $\dfrac{(2-i)(1-4i)}{-5-6i}$ f) $i^{234}-i^{12}-(2-4i)$ g) $i^{37}-\dfrac{i}{2-9i}$ h) $\dfrac{\sqrt{2}i}{\sqrt{3}-2i}+3$

4.- Expresa en forma polar:

a) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$ b) 12 c) $\sqrt{3}+i$ d) $4i$ e) $2i^2-i$

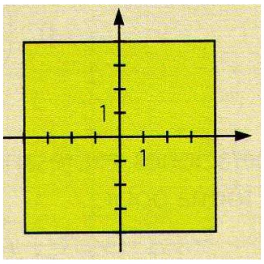
5.- ¿Es cierto que si multiplicas un número complejo z, por un real, el resultado tiene el mismo argumento que z?

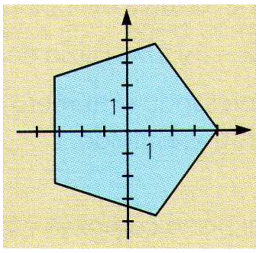
6.- Calcula y simplifica:

a) $\left(2+2\sqrt{3}i\right)^6$ b) $\sqrt[3]{4-4\sqrt{3}i}$ c) $\sqrt[5]{32i}$ d) $\sqrt[3]{(5+5i)\cdot 25_{30^\circ}}$

e) $\sqrt[4]{\dfrac{-1+i}{1+i}}$ f) $\sqrt[3]{\dfrac{4+4i}{-\sqrt{3}+i}}$ g) $\dfrac{(1+i)^6}{(4_\pi)^3}$ h) $\sqrt[4]{16\cdot(\cos 60^\circ + i\,sen 60^\circ)}$

7.- Los vértices de estas figuras representan las raíces de un número complejo.¿Cuál es?

a) 

b) 

8.- Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean $-2-3i\ y\ -2+3i$.

9.- Halla c sabiendo que la representación gráfica de $\dfrac{12+ci}{-2+2i}$ está sobre la bisectriz del primer cuadrante.

10.- Calcula z sabiendo que su módulo es $\sqrt{5}$ y que $z\cdot(3-6i)$ es imaginario puro.

11.- Halla el valor de a para que el número $z=a+\dfrac{b}{i}$ cumpla que $z^2=\bar{z}$.

12.- Halla el valor de m para que $3-2i$ sea raíz del polinomio x^2-6i+m.

13.- Halla el valor de b para que el cociente de $-9+bi$ entre $1-2i$ tenga módulo $5\sqrt{2}$.

14.- Un pentágono regular, con centro el origen de coordenadas, tiene en $\left(-2\sqrt{3},-2\right)$ uno de sus vértices. Halla los demás vértices usando números complejos.

15.- Del número complejo z_1 se sabe que su argumento es 150º, y de z_2 que su módulo es 2. Calcula $z_1\ y\ z_2$ sabiendo que su producto es $-8i$.

16.- ¿Qué número complejo forma un triángulo equilátero con su conjugado y con -5?

17.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{x}{5-i}+(2-i)\cdot 6i=-3+2i$ b) $(3-6i)\cdot x+\dfrac{-7+9i}{4-3i}+10-8i=(1-7i)\cdot x$

TEMA 4 y 5

1.- Sabiendo que tga = 4, calcula sena, cosa y a.

2.- Sabiendo que sena = -0’4, calcula tga, cosa y a.

3.- Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12 y 8 m.

4.- El lado de un decágono regular mide 12m. Hallar la longitud de los radios de la circunferencia inscrita y circunscrita.

5.- El lado desigual de un triángulo isósceles mide 15m, y el ángulo opuesto 70º. Calcular los lados y el área del triángulo.

6.- Si las dos patas de un compás miden 10cm y forman un ángulo de 45º. Halla el radio de la circunferencia que puede trazarse.
b) Si las puntas de las patas distan 5cm, ¿cuál es el ángulo que forman las dichas patas?

7.- Los tres cables que sujetan una antena de TV tiene sus anclajes, formando un triángulo equilátero, en una circunferencia de 80m de radio con centro en la propia antena. Cada cable forma con la horizontal un ángulo de 45º. Hallar la altura de la antena y la distancia entre los anclajes.

8.- Desde cierto punto del suelo se ve la Cruz de la Muela formando un ángulo de 30º con la horizontal. Si nos acercamos 1000 metros ese ángulo mide 60º. Halla su altura.

9.- Una calle de una gran ciudad tiene una anchura de 24m. Un edificio de dicha calle tiene 40m de altura. En el momento del día en el que los rayos del sol forman 60º con la horizontal, ¿llegará el sol a iluminar el pavimento?

10.- Calcular, si es posible, los datos que faltan en los siguientes triángulos:

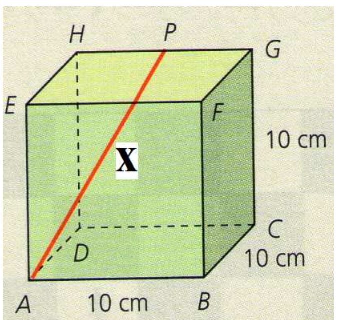
a) a = 15 m. , b = 17 m. , c = 22 m. b) B = 45º , C = 105º , a = 8 m.

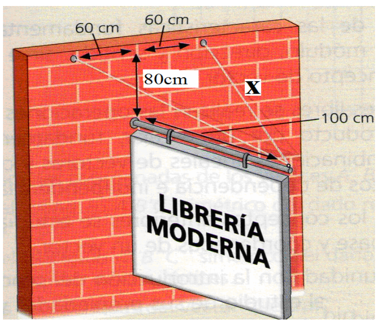
c) a = 14 m. , A = 100º , C = 30º. d) B = 40º , b = 33 m. , a = 44 m.

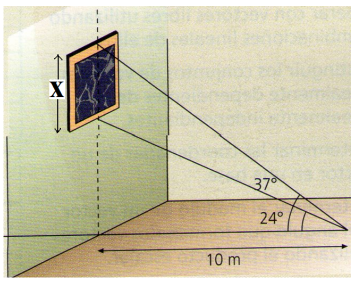
e) a = 4 m. , b = 5 m. , c = 10m. f) a = 4 m. , b = 3 m. , B = 100º

g) a = 8 m. , b = 3 m. , B = 30º. h) a = 10 m. , c = 12 m. , B = 45º

11.- Calcula las incógnitas que se indican:



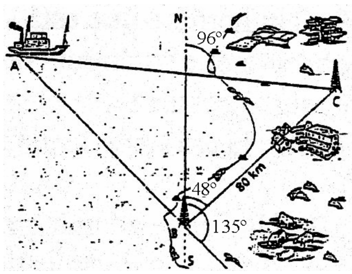




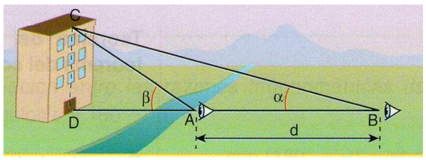
12.- Desde cierto punto del suelo se ve un edificio bajo un ángulo de 40º. ¿Bajo qué ángulo se verá colocándose a doble de distancia? ¿Bajo qué ángulo a triple distancia?

13.- Dos barcos salen del mismo punto con direcciones que forman entre sí un ángulo de 45º. Si uno lleva una velocidad de 18km/h y el otro 20km/h, ¿cuánto tiempo ha de transcurrir para que la distancia que los separe sea de 60km?

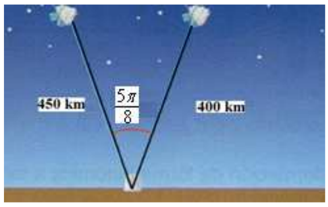
14.- Un barco A pide socorro y las señales son recibidas por dos estaciones de radio B y C, como indica la gráfica. Calcula a que distancia de B y C se encuentra el barco.



15.- Halla la altura del edificio sabiendo que
d = 20m $\alpha = 20º\ y\ \beta = 30º$.

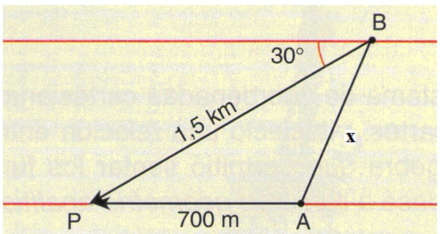


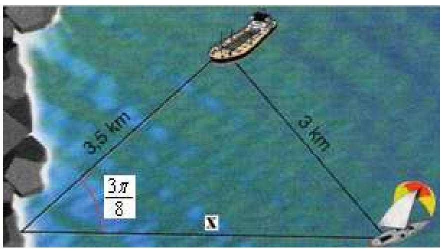
16.- Halla la distancia entre los dos satélites, sabiendo que la distancia del observatorio a los satélites es de 450 y 400km respectivamente.

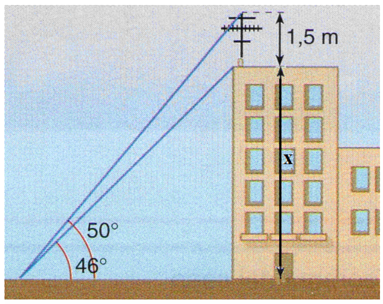


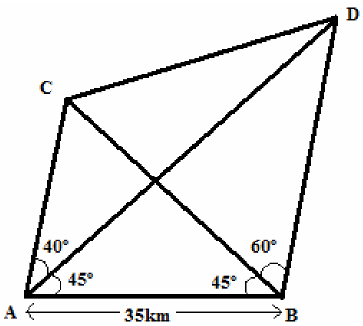
17.- Cruzamos dos folios de 20cm de ancho formando un rombo con un ángulo agudo de 50º. Calcula las dimensiones de dicho rombo.

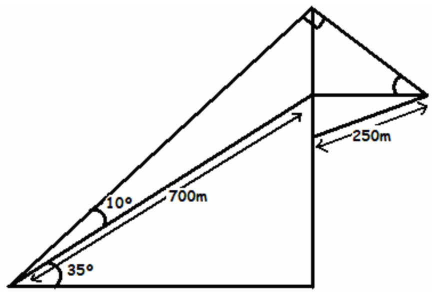
18.- Halla las incógnitas que se piden:

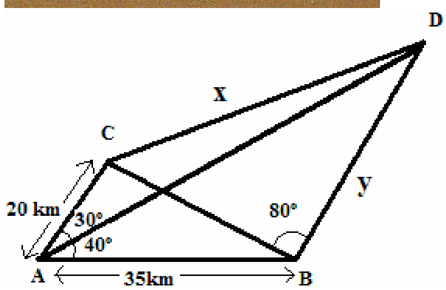




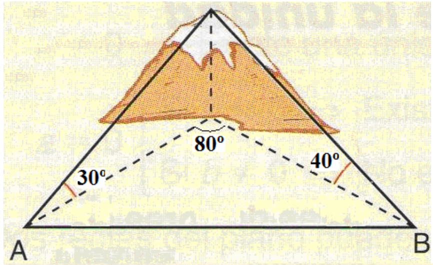




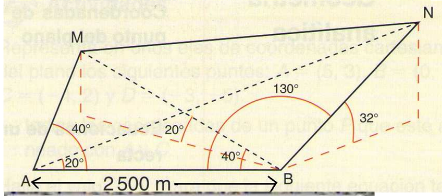




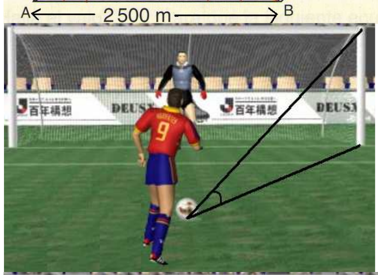
19.- Con los datos de la figura y sabiendo adicionalmente que la montaña mide 600m de altura, halla la distancia de A a B.



20.- Determina, con los datos de la figura, la distancia entre las cimas M y N de dos montañas y la altura de ambas. Ten en cuenta que BM y AN están en el mismo plano y que AB = 2500m

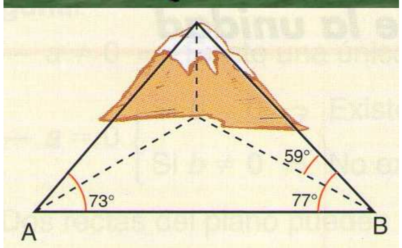


21.- Una portería de fútbol mide 7,32m y la distancia del punto de penalti 11m. Halla la altura de la portería y el ángulo de elevación del balón, sabiendo que el tiro dio en el larguero recorriendo una longitud de 11’85 metros.

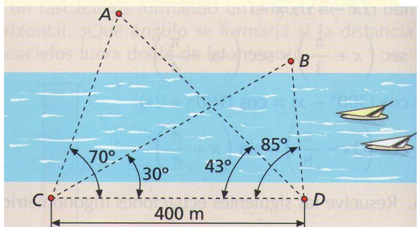


22.- El ángulo de elevación del balón, que impacta con el larguero según la gráfica, es de 12º y la altura de la portería de 2,44m. Sabiendo que la distancia del punto de penalti a la portería es de 11m, halla la distancia del punto de impacto al centro de la portería.

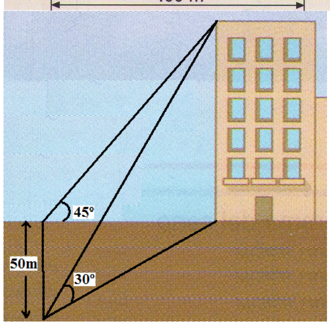
23.- Las visuales a la cima de una montaña desde los puntos A y B, separados 300m entre sí, forman con el segmento AB ángulos e 73º y 77º. Si además el ángulo de elevación de la visual desde B es de 59º, calcula la altura de la montaña.



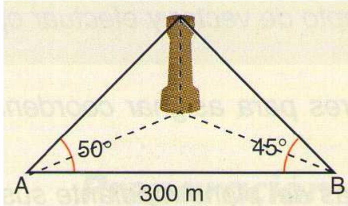
24.- Desde los puntos C y D, que distan 400m y que están a un lado de un río, se observan dos puntos A y B, que están al otro lado. La visual de C a D forma ángulos de 70º y 30º con las visuales de A y B. La visual de D a C forma ángulos de 43º y 85º, respectivamente. Halla la distancia de A a B.



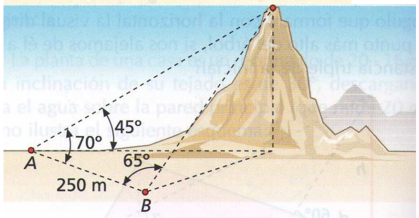
25.- Un hombre que está situado al oeste de un edificio observa que su ángulo de elevación es de 45º. Camina 50m hacia el sur y observa que el ángulo de elevación es ahora de 30º.
Hallar la altura del edificio y la distancia del hombre a dicho edificio.



26.- Las visuales a lo alto de una torre desde dos puntos A y B del plano horizontal, separados 300m entre sí, forman con el segmento AB ángulos de 50º y 45º, respectivamente. Calcula la distancia de lo alto de la torre a A y a B.



27.- La cima de un risco se observa desde A con un ángulo de elevación de 45º, y dicha visual forma un ángulo de 70º con el segmento AB. Desde B, la visual de la cima forma un ángulo de 65º con AB. Halla la altura del risco sabiendo que A y B son punto al nivel del mar y A y B distan 250m.



28.- Demuestra las siguientes igualdades:

a) $\dfrac{\cos(x-y)-\cos(x+y)}{sen(x+y)+sen(x-y)}=tg(y)$

b) $\dfrac{tg(2a)}{tg(2a)-tga}=\cos(2a)+1$

c) $sen(3a)=sen(a)\cdot\left(3\cos^2(a)-sen^2(a)\right)$

d) $\dfrac{2\cdot sen(a)}{tg(2a)}=\cos(a)-\dfrac{sen^2(a)}{\cos(a)}$

e) $\cos(2a)+sen(2a)+2\cdot sen^2(a)=(sena+\cos a)^2$

f) $\dfrac{2}{sen(2a)}-\dfrac{\cos(a)}{sen(a)}=tg(a)$

g) $4\cdot\cos^2(a)-sen^2(2a)=4\cdot\cos^4(a)$

h) $\dfrac{\cos(2a)+\cos^2(a)+1}{\cos(a)}=3\cdot\cos(a)$

29.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas.

a) $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+x\right)=\dfrac{1}{2}$

b) $senx+\cos x=\sqrt{2}$

c) $(tgx-1)\cdot\left(4sen^2x-3\right)=0$

d) $sen^2(2x)-\cos^2(x)=\dfrac{1}{2}$

e) $tg(2x)=3tg(x)$

f) $\cos(2x)-sen^2(2x)=1$

g) $6\cdot\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)+\cos(x)=1$

h) $2\cdot senx=tgx$

i) $\cos 2x-\cos 6x=sen5x+sen3x$

j) $tgx-sen(2x)=0$

k) $tg(x)+\cos(2x)=1$

l) $sen^2(2x)+\cos 2x=2$

m) $\begin{cases}\cos x+\cos y=1\\ \cos(x+y)=1\end{cases}$

n) $\begin{cases}x+y=90^\circ\\ senx+seny=\sqrt{\dfrac{3}{2}}\end{cases}$

ñ) $\begin{cases}senx\cdot\cos y=\frac{3}{4}\\ \cos x\cdot seny=\frac{1}{4}\end{cases}$

TEMA 11 y 12

1.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^2-3x+2}{x^2}$ b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-4x+2}{x^3-4x^2+3x}$ c) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-x-6}{3x^2+12x+12}$

d) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-2)^2-1}{2x-6}$ e) $\lim\limits_{x\to -4}\sqrt{\dfrac{x^2+9x+20}{-x-12}}$ f) $\lim\limits_{x\to 5}\sqrt{\dfrac{x^2-4x-5}{x^3-5x^2-x+5}}$

g) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^3-6x^2+3x}{x^3-3x^2+3x-1}$ h) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+1}{x^2-2x}-\dfrac{x}{x-2}$ i) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x-6}{x^2-5x+6}+\dfrac{x}{x^2-9}$

j) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{2x}$ k) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2x+8}-\sqrt{10+3x}}{3x+6}$ l) $\lim\limits_{x\to 3}(2x+1)^{\frac{2}{2x-6}}$

2.- Calcula el límite cuando $x\to\infty$, y cuando $x\to-\infty$ de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2x^3-4x-2^{3x}$ b) $f(x)=x-\log(x^2)-0'5^x$ c) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{3x^4+3x-1}}{2x^2-3^x}$

d) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x^4-1}+0'1^{-x}}{-3x^2-x-1}$ e) $f(x)=\dfrac{2x^2-x+\log(3x^2)}{\sqrt[3]{2x^5-1}}$ f) $f(x)=\dfrac{2x^2-1}{x}-\dfrac{x^3-x^2}{x^2-1}$

g) $y=\dfrac{-4x^3-x^2-4}{2x^2-3}+\dfrac{2x-7}{x-1}$ h) $f(x)=\left(\dfrac{3x-12}{5x-1}\right)^{\frac{-2x^2-1}{3x}}$ i) $f(x)=\left(\dfrac{2x-1}{x^3+100x}\right)^{\frac{-x-1}{2x}}$

j) $y=\dfrac{-x^2+x+1}{x+1}-\dfrac{x^4-3x^2}{3x^3}$ k) $f(x)=\left(\dfrac{4x^4-2x}{x^2+100}\right)^{\frac{2x-2^x}{x-1}}$ l) $f(x)=\sqrt{2x^2-5}-\sqrt{2x^2}$

m) $y=\sqrt{9x^2+x-1}-(3x-2)$ n) $y=\left(\dfrac{2x^4-x}{5x^2-1}\right)^{\frac{2x^3-1}{x^3}}$ ñ) $y=x^2-\sqrt{2x^4-2x^3-1}$

3.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones: a) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{|x-2|}{x-2} & si \quad x\neq 2 \\ 1 & si \quad x=2 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} 2^x+x-3 & si \quad x<0 \\ -2 & si \quad x=0 \\ \dfrac{4x^2-6x}{3x} & si \; 0<x\leq 2 \\ \dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2} & si \quad x>2 \end{cases}$ c) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x+4}{x+1} & si \quad x<1 \\ x^2-6x+4 & si \quad 1\leq x\leq 4 \\ \dfrac{x-\sqrt{4x}}{4-x} & si \quad x>4 \end{cases}$

4.- Calcula a y b para que sea continua la función: a) $f(x)=\begin{cases} -x & si \quad x<0 \\ 3x+b & si \quad 0\leq x<2 \\ ax^2 & si \quad x\geq 2 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-3x+2}{x-2} & si \quad x\neq 2 \\ a & si \quad x=2 \end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases} 3^{x-1}+x+a & si \quad x\leq 1 \\ \dfrac{x^2-1}{x-1} & si \quad 1<x\leq 2 \\ \dfrac{x^2-4}{b\cdot(x-2)} & si \quad x>2 \end{cases}$

5.- La siguiente función: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{3} & si \quad 0\leq x<15 \\ \dfrac{30x}{3x+15} & si \quad x\geq 15 \end{cases}$, nos expresa la nota obtenida (f) en función de las horas de preparación (x). ¿Es continua dicha función?. ¿Hay algún punto en que estudiar un poco más puede ser muy rentable?. ¿Qué ocurre a medida que aumentan las horas de preparación?

6.- Estudia la derivabilidad de la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{4}{x-2} & si \quad x<0 \\ 2x^2-x-2 & si \quad 0\leq x<3 \\ 2x-3 & si \quad x\geq 3 \end{cases}$

7.- Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $5x^4 - \frac{7}{x^2} - \ln\sqrt{x}$ b) $\frac{3}{\sqrt{x}} - (3-x)^3 + 3^{tgx}$ c) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x}$

d) $tg^2\left(x + \frac{1}{x}\right)$ e) $\ln\left(x + \sqrt{x^2 - 2}\right) - \frac{x}{2}\sqrt{x^2 - 2}$ f) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{3x}}}$

g) $e^{sen\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)} + e^{\cos\left(-2x+\frac{\pi}{2}\right)}$ h) $\ln\sqrt{x\cdot(2x-1)} + 2^{senx}\cdot 2x^3$ i) $\ln\left(\frac{1-e^x}{1+e^{x^2}}\right)$

j) $\ln\left(\cos\left(\frac{x^2}{3}\right)\right) \cdot sen^3(2x)$ k) $\ln\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ l) $sen^3 x \cdot \cos^4 x$

m) $\cos^2\left(x^2\right)\cdot sen\left(\ln\sqrt{x}\right)$ n) $\sqrt{\ln(tgx)\cdot sen(3x)}$ ñ) $\frac{\cos x}{tgx} + \sqrt[3]{5x+1}$

o) $\ln\frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x} + 2^{sen\left(x^2\right)}$ p) $\sqrt{\frac{x-5}{3x+1}}\cdot sen(2^{\cos x})$ q) $e^{\cos\left(x^3\right)}\cdot\frac{1-x^3}{1+x^3}$

8.- Calcula a, b y c para que sea derivable la función $f(x) = \begin{cases} a\cdot e^{2x} & si \quad x<0 \\ 1+bx & si \quad 0 \le x \le 1 \\ 2x+4c & si \quad x>1 \end{cases}$.

9.- El beneficio por la venta de x unidades es: $f(x) = \begin{cases} -0'1x^2 + 3x + 2 & si \quad 10 \le x \le 20 \\ 14 + 0'4x & si \quad 20 \le x \le 30 \\ 32 - 0'2x & si \quad 30 \le x \le 40 \end{cases}$

Representa la gráfica de f(x) y deduce para qué ventas se maximiza el beneficio.

10.- Considera la función $f(x) = ax^2 + bx + 11$, donde a y b son parámetros reales. Determina el valor de a y b para que $f(x)$ tenga un extremo (máximo o mínimo) relativo en el punto (2,5). ¿Es máximo o mínimo?

11.- Halla a, b y c para que la curva $f(x) = a + bx + \frac{c}{x}$ presente un mínimo en (2,6) y pase por el punto (1,7).

12.- Halla a, b y c para que la curva $f(x) = a + bx^2 + \frac{c}{x}$ presente un mínimo en (1,4) y pasa por el punto (-1,0)

13.- Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x + \sqrt{x}$ en la abscisa x=4.

14.- ¿Cuánto debe valer a para que la función $f(x) = x \cdot \ln x - ax$ tenga, en el punto de abscisa x=e, la recta tangente paralela a $y = x$.

15.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 4$, que son paralelas a la recta de ecuación $6x - 2y + 1 = 0$.

16.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = \sqrt{2x+1}$, que son paralelas a la recta de ecuación $3x - 9y + 1 = 0$.

17.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = \ln x + \frac{1}{x}$, que sean horizontales.

18.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = senx$, que sean paralelas a la bisectriz del primer cuadrante $(y = x)$.

19.- Estudia el crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones:

d) $f(x) = \frac{3x+4}{x-5}$ e) $f(x) = \frac{8-3x}{x \cdot (x-2)}$ f) $f(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2}$

g) $f(x) = \frac{x^4}{x^2-1}$ h) $f(x) = \frac{x^2+2x}{e^x}$ i) $f(x) = 2x + \frac{7200}{x}$

j) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ k) $f(x) = e^x \cdot (x^2 + 2x + 4)$ l) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

m) $y = x^2 \cdot \ln x$ n) $y = e^{1-x^2}$ ñ) $y = x \cdot \ln x$ o) $y = \ln(x^2 + 1)$

20.- Representa las siguientes funciones:

d) $f(x) = \frac{x^4}{x^2-1}$ e) $f(x) = \frac{4-2x^2}{x}$ f) $f(x) = \frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ g) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$

h) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$ i) $f(x) = \frac{x^3+9x^2}{x^2-1}$ j) $f(x) = \frac{x^4-8x^2+7}{10}$ k) $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$

l) $f(x) = \frac{x^2-x+2}{x}$ m) $f(x) = \frac{x^2+x}{e^x}$ n) $f(x) = \frac{4+2x^2-x^3}{x^2}$ ñ) $f(x) = \frac{x}{e^x}$