HOJA DE EJERCICIOS

1.- Calcula a y b para que la curva $f(x) = ax + b/x$ pase por el punto (1,5) y presente un extremo relativo en $x = 2$ ¿Es máximo o mínimo dicho extremo relativo?

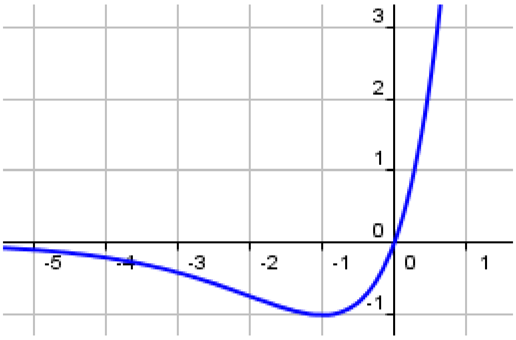
2.- Halla a, b, c y d en la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que su tangente en (1,1) es $y = -x + 2$ y tiene un extremo relativo en (0,2)

3.- Halla a, b y c para que la curva $f(x) = a + bx + c/x$ presente un mínimo en (2,6) y pase por el punto (1,7).

4.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + 1$ paralela a la recta $5x - 3 - 5y = 0$.

5.- La curva $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ corta al eje de ordenadas (OY) en $y = 7$ y tiene un mínimo en el punto (1,4). Calcula *a*, *b* y *c*.

6.- Observa la gráfica de la función $y = f(x)$ y responde:
a) ¿Tiene algún punto de tangente horizontal?
b) ¿Para qué valores se cumple que $f'(x) > 0$?
c) Sabemos que la tangente a la curva en $x = 0$ es paralela a la recta $y = 2x - 1$. ¿Cuánto vale $f'(0)$?
d) La tangente a la curva en $x = -1/2$ es paralela a la bisectriz del primer cuadrante, ¿Cuánto vale $f'(-1/2)$?



7.- El precio por minuto de una llamada de teléfono viene dado por la función
$f(x) = \frac{x^2+2x+1}{1+x^2}$, donde x es la duración de la llamada (en minutos). Se pide:
a) Representa la función anterior.
b) ¿Para qué duración de llamada nos sale el minuto más barato?
c) ¿Cuál es el precio por minuto a medida que la llamada es más y más duradera?
d) Calcula la función “Coste total de la llamada” en función de la duración de la misma.

8.- La producción (en kgs) de tomates en un invernadero depende de la temperatura (x en ºC, con $x \geq -20$) según la función $f(x) = (x+1)^2 \cdot (32 - x)$ .Calcula la temperatura a tener en el invernadero para maximizar la producción ¿Cuál es dicha producción?

9.- Un coche A, viaja a velocidad constante de 80 Km./h., y pasa por el punto P de una carretera a las diez de la mañana. A las doce y media pasa por ese mismo punto y en la misma dirección otro coche B, que lleva una velocidad constante de 120 Km./h. Ambos coches van al mismo punto de destino. ¿A qué distancia del punto P debe estar como mínimo ese punto de destino, para que el coche B llegue antes que el A?
NOTA: El espacio recorrido por un móvil es igual a velocidad*tiempo.

10.- Halla el número que al sumarlo con 25 veces su inverso se obtiene un valor mínimo

11.- Una empresa fabrica un determinado producto, que vende al precio unitario de 15 euros. La función de costes, que representa el coste (en unidades monetarias) en función del número de unidades de producto, es $C(x) = 2x^2 - 45x + 300$, donde x es el número de unidades del producto. Hallar el número de unidades que ha de vender para obtener el máximo beneficio, sabiendo que el beneficio es igual al ingreso total obtenido por la venta menos los costes. Calcular el beneficio máximo.

12.- El volumen de agua (en millones de litros) almacenado en un embalse a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t (en años) viene dado por la función $f(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000 \quad si \quad 0 \leq t \leq 11$. Calcula:
a) La cantidad de agua almacenada en el último año ($t = 11$).
b) El año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo.
c) El volumen máximo que tuvo el embalse a lo largo de ese periodo.

13.- En las cuatro primeras horas de un concierto, el número de miles de asistentes, después de t horas, varía según la función $f(t) = 2t^3 - 27t^2 + 84t \quad si \ \ 0 \leq t \leq 4$
Halla el número máximo de asistentes al concierto en ese intervalo de tiempo.

14.- Las funciones $I(t) = -0{,}5t^2 + 17t \ \ y \ C(t) = 0{,}5t^2 - t + 32 \ \ con \ 0 \leq t \leq 18$ representan, respectivamente, los ingresos y los costes de una empresa en miles de euros en función de los años trascurridos desde su comienzo y en los últimos 18 años.
a) ¿Para qué valores de t , desde su inicio, los ingresos coincidieron con los costes?
b) Hallar la función que expresa los beneficios (ingresos menos costes) en función de t y representarla gráficamente.
c) ¿Cuántos años después del comienzo de su actividad la empresa alcanzó el beneficio máximo? Calcular el valor de dicho beneficio.

15.- Una panadería estima que el número de panes que vende semanalmente depende de su precio x, en euros, según la función $f(x) = 4500 - 1500x$, donde $f(x)$ es el número de panes vendidos cada semana y x el precio por unidad de pan. Calcula:
a) La función $I(x)$ que expresa los ingresos semanales por la venta de ese tipo de pan en función del precio por unidad de pan, x
b) El precio al que hay que vender cada pan para que dichos ingresos semanales sean máximos. ¿A cuánto ascenderán los ingresos semanales máximos?

16.- El rendimiento de cierto estudiante (en una escala de 0 a 100), después de t horas de estudio, viene dado por la función $r(t) = \frac{380t}{t^2+4}$.
a) Calcula el rendimiento a las 4 horas de estudio.
b) Determina cuando el rendimiento cree o decrece durante las primeras 7 horas.
c) Encuentra en qué omento consigue el estudiante su máximo rendimiento, así como el valor de ese rendimiento máximo.

17.- Hallar las dimensiones de los lados de un triángulo rectángulo, de 10 metros de hipotenusa, para que su área sea máxima. ¿Cuál será dicha área?

18.- Se desea construir un marco para una ventana rectangular de 6 m^2 de área. El marco horizontal cuesta a 20€/metro y el marco vertical a 30€/metro. Calcula las dimensiones de la ventana para que el coste sea mínimo. Calcula dicho coste mínimo.

19.- Debo diseñar un escenario rectangular de 100 m^2 y para optimizar la visibilidad de los espectadores deseo que el perímetro sea mínimo. Calcula sus dimensiones.

20.- El coste de una llamada es de 2€ por establecimiento de llamada y el coste del minuto es de $\frac{3}{1+x^2}$ euros, donde x es la cantidad de minutos de la llamada.
Calcula la función correspondiente al coste de la llamada.
Calcula la duración de la llamada que maximiza el coste de la llamada. ¿Cuánto cuesta?
¿Sobre qué precio nos saldrá una llamada de larga, larguísima duración?

21.- Una hoja de papel debe tener 18 cm^2 de texto, márgenes superior e inferior de 2 cm y márgenes laterales de 1 cm. Obtén las dimensiones que minimizan el área del papel.

22.- En una noche cualquiera (a partir de medianoche), la temperatura (T), varió en función del tiempo (t), según la función: $T(t)=t^2-9t+8$, si $0\leq t\leq 12$.
a) ¿Qué temperatura había a las 2 de la madrugada? ¿A qué hora hubo 0ºC?
b) ¿Cuál fue la temperatura máxima? ¿A qué hora se produjo?
c) ¿Cuál fue el intervalo de variación de temperatura desde las 0 horas hasta las 12?

23.- Una ventana consiste en un rectángulo coronado con un semicírculo. Encontrar las dimensiones de la ventana de área máxima si su perímetro es de 10 metros.

24.- Se quiere construir una caja de base cuadrada (prisma de base cuadrada) sin tapa en la parte superior con 108 m^2 de material. Halla las dimensiones de la caja para que tenga volumen máximo. ¿Cuál es dicho volumen máximo?

25.- Divide un segmento de 5 cm. en dos partes de manera que sea mínimo el resultado de sumar el cuadrado de una de ellas con el cuádruplo del cuadrado de la otra.

26.- Descompón el número 14 en suma de tres números reales positivos tales que uno de ellos sea el doble del otro y la suma de los cuadrados de los tres sea mínima.

27.- Se desea construir un depósito cilíndrico de 10 m^3, abierto por arriba. Sabiendo que el material de la base cuesta 5€/m^2 y el de las paredes 1€/m^2, hallar las dimensiones que minimizan el coste de material.

28.- Se desea construir una piscina de fondo cuadrado con un volumen de 32 m^3. Halla las dimensiones de dicha piscina para que su superficie (paredes y fondo) sea mínima.

29.- Un propietario tiene alquilados sus 52 pisos a 266€ al mes cada uno. Por cada 7€ que aumente el precio, pierde un inquilino y queda el piso sin alquilar. ¿Cuál es el alquiler que mayor beneficio le producirá al propietario?

30.- Una tienda de telefonía sabe que a 600€ vende 200 móviles, y por cada 2€ que rebaje el móvil vende un móvil más ¿A qué precio debe venderlos para maximizar beneficios, sabiendo que le cuesta a la tienda 100€ cada móvil?

31.- Halla el máximo absoluto de la función $f(x)=\begin{cases} -0{,}1x^2+3x & si\ \ 10\leq x\leq 20 \\ 12+0{,}4x & si\ \ 20\leq x\leq 30 \\ 30-0{,}2x & si\ \ 30\leq x\leq 40 \end{cases}$