

HOJA DE EJERCICIOS

1.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{3x^2 + 12x + 12}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 4x + 2}{x^3 - 4x^2 + 3x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)^2 - 1}{2x - 6}$

d) $\lim_{x \rightarrow -4} \sqrt{\frac{x^2 + 5x + 4}{-x - 4}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x^3 - 5x^2 - x + 5}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x^2 - 2x} - \frac{x}{x-2}$

g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{x^2 - 5x + 6} + \frac{x}{x^2 - 9}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{2x}$

i) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+8} - \sqrt{10+3x}}{3x+6}$

2.- Calcula el límite cuando $x \rightarrow \infty$, y cuando $x \rightarrow -\infty$ de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x^4 - 2^{3x}$

b) $\frac{2x^2 + \log x^2}{3^x}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^4 + 2x}}{2x - 3^x}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{2x^4 - 2} + 0,1^x}{3x^2 + x}$

e) $\frac{-6x^2 - 1}{2x + 3} - 3$

f) $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{5x + 1} - \frac{3x^3 - 1}{x^2}$

g) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x} - x$

h) $f(x) = \left(\frac{3x-5}{5x-1}\right)^{\frac{2x^2-1}{-3x}}$

i) $f(x) = \frac{3x+1}{2x - \sqrt{4x^2 + 1}}$

j) $f(x) = \sqrt{3x^2 + x} - \sqrt{3x^2}$

k) $f(x) = \left(\frac{2x^4}{5x^2 - 1}\right)^{\frac{2x-1}{x}}$

l) $y = \left(\frac{x+5^{x+1}}{5x^3+1}\right)^{2x}$

3.- Halla el dominio y las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{3x+1}{x^2-1}$

b) $f(x) = \frac{(3x+1)^2}{x^2-3x}$

c) $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-x-2}$

d) $f(x) = 2^x$

4.- Calcula los siguientes límites:

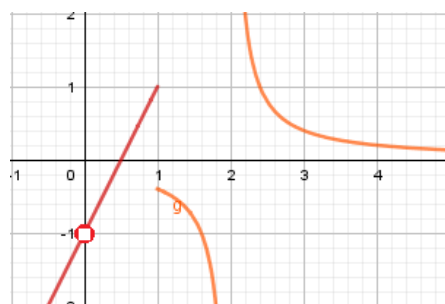
a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+x}{2x^2-2}\right)^x$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x-2}{3x^2+1}\right)^{x^2-1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} (x-1)^{\frac{1}{x-2}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} (3x-2)^{\frac{x}{x^2-2x+1}}$

5.- Halla las asíntotas horizontales y verticales y la continuidad de la siguiente función:



6.- Dada la función $f(x) = \frac{ax^2+x-a}{x^2-b}$, donde a y b son números reales.

a) Halla a y b sabiendo que $x = 1$ y $x = -1$ son sus asíntotas verticales y que $f(0) = 1$

b) Para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, halla el resto de las asíntotas y su función derivada, $f'(x)$

7.- La siguiente función: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & \text{si } 0 \leq x < 15 \\ \frac{30x}{3x+15} & \text{si } x \geq 15 \end{cases}$, nos expresa la nota obtenida

según las horas de preparación (x). ¿Es continua dicha función?

¿Hay algún punto en que estudiar un poco más puede ser muy rentable? ¿Qué ocurre a medida que aumentan las horas de preparación?

8.- Estudia la continuidad de las funciones:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 1 & \text{si } x = 2 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{2x+4}{x+1} & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 6x + 4 & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \\ \frac{x - \sqrt{4x}}{4-x} & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

9.- Calcula a y b para que sea continua la función:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ 3x+b & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ ax^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + a & \text{si } x < -1 \\ b & \text{si } x = -1 \\ 3x^2 + 4 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ a & \text{si } x = 2 \end{cases} \quad \text{d) } f(x) = \begin{cases} 3^{x-1} + x + a & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x-1} & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{b \cdot (x-2)} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

10.- La función $f(x) = \frac{50x^2 - 20000x + 10000}{x}$ expresa el coste de fabricación de x móviles, en euros. Si se venden todos los teléfonos fabricados y que cada uno se vende por 50€.

a) Determinar la función de beneficio (definido como ingreso menos coste) que expresa el beneficio obtenido en función de x .

b) ¿A cuánto asciende el beneficio si se producen 100 móviles? ¿Y para mil móviles?

c) ¿Qué tendencia tiene el beneficio cuando se producen más y más móviles?

11.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{si } x < 2 \\ b & \text{si } x = 2 \\ 2^x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$, donde a y $b \in \mathbb{R}$. Se pide:

a) Halla a y b para que la función sea continua

b) Representa la función para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior